УДК 681.326 (075.8)

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА ПО ЧАСТОТНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Б.И. Марголис, П.К. Фатчихин

Метод идентификации модели объекта по частотным характеристикам относится к непараметрическим методам, так как сначала экспериментально снимают частотные характеристики объекта, а затем по ним вычисляют передаточную функцию [1]. Основные трудности при проведении экспериментов заключаются в определении рабочего диапазона частот и дрейфе оси колебаний на выходе объекта. Чаще всего область рабочих частот задается ориентировочно и наибольшее внимание уделяется диапазону, в котором сдвиг по фазе между входным и выходным гармоническими сигналами составляет 180^0.

При снятии частотных характеристик используют различные методы воздействия на объект [2, 3]. Метод синусоидальной волны предполагает подачу на вход объекта гармонических колебаний. На каждой из выбранных в пределах рабочего диапазона частот проводится отдельный опыт. На входе исследуемого объекта возбуждаются колебания выбранной частоты. Процессу колебаний дают установиться и, когда ось колебаний, их форма и амплитуда становятся неизменными, измеряют амплитуды входных и выходных колебаний и фазовый сдвиг между ними. Частное от деления амплитуды выходных колебаний на амплитуду входных колебаний дает амплитуду частотной характеристики на взятой частоте, сдвиг по фазе – ординату фазовой частотной характеристики.

Основным затруднением при использовании этого метода является необходимость возбуждения колебаний большой мощности, имеющих правильную синусоидальную форму. Поэтому чаще применяют метод «прямоугольной» волны. После подачи входного сигнала производят регистрацию этих колебаний. На основе полученных осциллограмм колебаний на выходе объекта проводят их гармонический анализ, ограничиваясь вычислением амплитуд и фаз первой и третьей гармоник:

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} y(t)\cos(2k\pi t/T)dt;\ \mathrm{c}_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} y(t)\sin(2k\pi t/T)dt;\ a_k = \sqrt{b_k^2 + c_k^2};\ \varphi_k = arctg(b_k/c_k),$$

где T – период колебаний; k – номер гармоники.

В случае, когда значения выходной величины известны только в дискретные, равноотстоящие моменты времени, интегралы в формулах (1) заменяются суммами:

$$b_k = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} y_i \cos(2k\pi i/N);\ b_k = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} y_i \sin(2k\pi i/N),$$

где N – число дискрет выходного сигнала.

Гармонический анализ входного прямоугольного сигнала приводит к формуле

$$u(t) = 4A/\pi \cdot [\sin(2\pi t/T) + \sin(3\cdot 2\pi t/T)/3 + \sin(5\cdot 2\pi t/T)/5 + \ldots],$$

где A – амплитуда прямоугольной волны. После нахождения амплитуд и фаз входных и выходных гармонических составляющих можно вычислить значения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) объекта. Для повышения точности определения частотных характеристик рекомендуется использовать при гармоническом анализе только первую гармонику.

Основным недостатком рассмотренных методов является длительное время эксперимента, затрачиваемое на ожидание установившегося режима колебаний и получения достаточного для аппроксимации частотных характеристик значений их ординат. Для ускорения экспериментов иногда на вход объекта подается сумма гармонических составляющих разных частот. Установившиеся колебания выходной величины также подвергают гармоническому анализу и сразу находят несколько ординат частотной характеристики. Однако в этом случае требуется специальный источник полигармонического воздействия и линейность объекта.

Определение аналитического выражения передаточной функции по частотным характеристикам может быть осуществлено несколькими способами. Один из них [4] позволяет аналитически вычислить выражение для передаточной функции по дискретным ординатам вещественной частотной характеристики.

Будем искать выражение для передаточной функции в виде ряда

$$W(s) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \left(\frac{1-s}{1+s}\right)^k$$

по известной вещественной характеристике $U(\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\varphi)$.

Если провести гармонический анализ экспериментально полученной вещественной частотной характеристики, то в результате будут получены неизвестные коэффициенты передаточной функции A_k .

Код программы для частотной идентификации модели объекта в среде Matlab приведен ниже:

```
clear
close all
clc
syms A B K C s j;
Wobr=sym(K/[(s+A)*(s+B-C*j)*(s+B+C*j)])
k=input('Введите коэффициент усиления K=');
a7=input('Введите коэффициент A=');
b7=input('Введите коэффициент B=');
c7=input('Введите коэффициент C=');
p1=-a7;p2=-b7+c7*i;p3=-b7-c7*i;
p=[p1 p2 p3];
wo=zpk([],p,k) % получение пер. функции с нолями, полюсами и коэф. усиления
f=0:180/30:180;
w=tan(pi*f/360); % тангенс
H=freqresp(wo,w); % Вычисление амплитудно-частотной характеристики объекта
H=squeeze(H); % сжатие
U=real(H); % Вычисление вещественной характеристики объекта
Fi=2*rad2deg(atan(w)); %перевод радиан в градусы для частоты
Fi1=Fi';
n0=length(Fi);
fi=[-Fi1(n0:-1:2);Fi1]; % массив из частот в градусах для – и +
n=length(U);
u=[U(n:-1:2);U]; % массив из двух наборов U для - и + X
subplot(3,1,1), plot(fi,u)
grid on;
title('Veschestvennaia chastotnaia chkarakteristika');
xlabel('Otnositelnaia chastota, rad');
```

```
ylabel('U(w)');
ab=fft(u)/(n-1); % Фурье- преобразование вещественной характеристики
f=angle(ab); % для массива компл. чисел ab возвращаются знач. аргум. в радианах
a=abs(ab); % для массива вещ-ых чисел ab возвращаются абсолютные значения
a(1)=a(1)/2; % пополам
subplot(3,1,2), plot(0:30,a(1:31),'o')
grid on;
title('Spectr veschestvennoy chastotnoy chkarakteristiky');
xlabel ('Nomer garmoniky');
ylabel ('Amplituda garmoniky');
% подготовки для формулы пер. функции
w0=tf([-1 1],[1 1]); ws=a(1); num=a(1); pp=[1 1]; pm=[-1 1]; den=1; d=1;
% Вычисление передаточной функции объекта по формуле
for j=2:(n+1)/2
den=conv(den,pp);%умножение полиномов
d=conv(d,pm);
num=conv(num,pp)+a(j)*d;
ww=tf(num,den);
end
ww=minreal(ww); % сокращение одинаковых нулей и полюсов в перед. функции
[wb,g]=balreal(ww); % сбаланс. реализация передаточной функции по грамианам
% в определителе управляемости и наблюдаемости системы
% отбрасываются наименее значимые
wm=modred(wb,[4:(n-1)/2]); % редукция состояния модели
subplot(3, 1, 3),step(wo,wm),grid % wo-зеленая линия
ww=tf(wb)
ww=tf(wm)
```

В качестве модельной функции объекта рассмотрена передаточная функция $W_{об}(s)=\dfrac{4}{(s+0,2)(s^2+10s+75)}=\dfrac{4}{s^3+10,2s^2+77s+15}$. Компактного кода программы удается достигнуть за счет использования специализированных команд Matlab *zpk, freqresp, squeeze, real, fft, angle, abs, minreal, balreal, modred* [5, 6]. На рис. 1 показана вещественная частотная характеристика объекта.

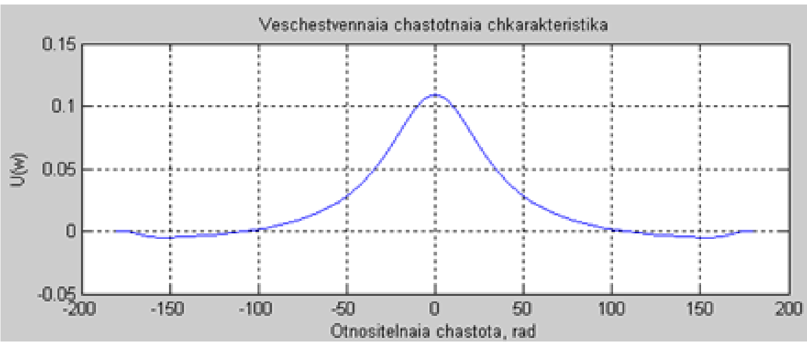

Рис. 1. Вещественная частотная характеристика объекта

На рис. 2 приведены результаты гармонического анализа вещественной частотной характеристики, позволившие найти амплитуды гармоник A_k.

При уменьшении шага дискретизации частотной характеристики точность идентификации растет, но возможно достижение ненаблюдаемости объекта.

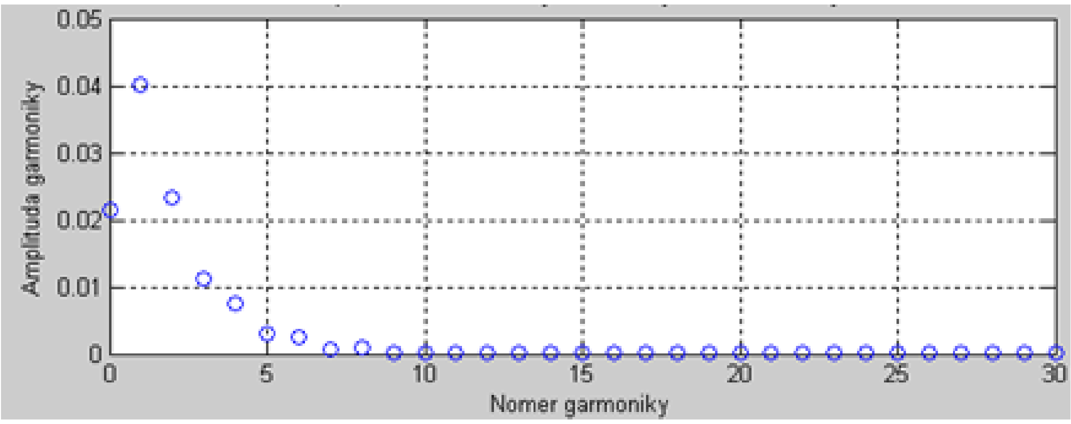

Рис. 2. Спектр вещественной частотной характеристики объекта

Расчет передаточной функции при оставлении трех составляющих сбалансированной реализации модели дает выражение передаточной функции:

$$W_м(s) = \frac{-0{,}000\,32(s-73{,}35)(s^2-2{,}53s+223{,}8)}{(s+0{,}198\,4)(s^2+12{,}12s+95{,}06)} = \frac{-0{,}000\,32s^3+0{,}024s^2-0{,}13s+5{,}17}{s^3+12{,}32s^2+97{,}46s+18{,}86}.$$

Отбрасывая коэффициенты числителя, более чем в десять раз меньшие его свободного члена, получим:

$$W_м(s) = \frac{5{,}17/1{,}29}{(s^3+12{,}32s^2+97{,}46s+18{,}86)/1{,}29} = \frac{4}{0{,}8s^3+9{,}53s^2+75{,}4s+14{,}6},$$

что хорошо согласуется с исходной передаточной функцией объекта $W_{об}(s) = \dfrac{4}{s^3+10{,}2p^2+77p+15}$.

Переходные характеристики исходного объекта и его модели, полученной в результате идентификации, изображены на рис. 3.

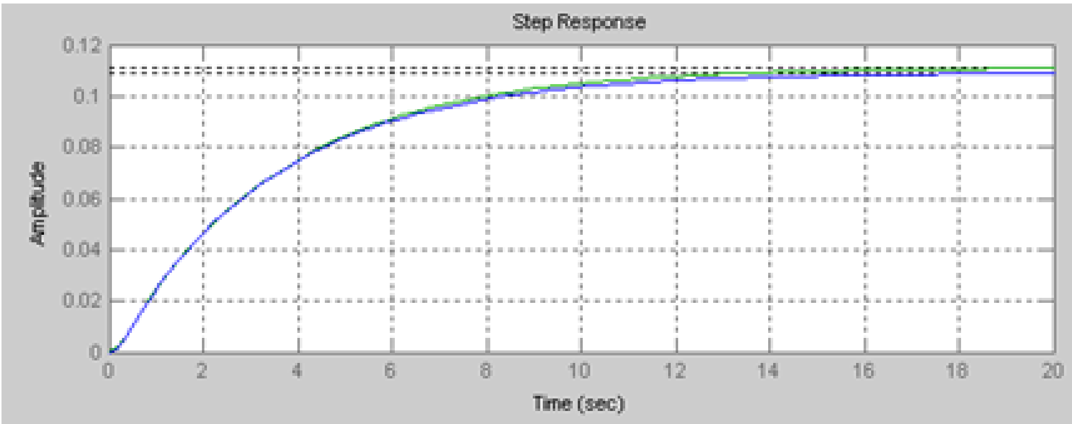

Рис. 3. Кривые разгона для объекта и модели

Разработанная программа позволяет найти передаточную функцию объекта по его частотной характеристике и хорошо подходит для исследовательских целей. Написание программного приложения в среде MatLab позволяет легко модифицировать его код [7]. Следует отметить, что наиболее значительной является погрешность идентификации рассмотренного метода при определении коэффициента передачи объекта.

Библиографический список

1. Семенов, А.Д. Идентификация объектов управления / А.Д. Семенов, Д.В. Артамонов, А.В. Брюхачев. Пенза: Пенз. гос. ун-т, 2003. 211 с.

2. Дилигенская, А.Н. Идентификация объектов управления / А.Н. Дилигенская. Самара: Самар. гос. ун-т, 2009. 136 с.

3. Гроп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. М.: Мир, 1979. 302 с.

4. Ордынцев, В.М. Математическое описание объектов автоматизации / В.М. Ордынцев. М.: Машиностроение, 1965. 360 с.

5. Лазарев, Ю. Моделирование процессов и систем в MATLAB: учебный курс / Ю. Лазарев. СПб.: Питер, 2005. 512 с.

6. Дьяконов, В.П. MATLAB 7.*/ R2006/ R2007: самоучитель / В.П. Дьяконов. М.: ДМК Пресс, 2008. 768 с.

7. Марголис, Б.И. Синтез регуляторов в каскадных системах автоматического управления / Б.И. Марголис, И.С. Мешков // Вестник Тверского государственного технического университета. 2016. № 1. Вып. 29. С. 74–79.